

К ВОПРОСУ О ХАРАКТЕРИСТИКАХ ДЕМПФИРУЮЩИХ СИЛ В МОТОРНЫХ УСТАНОВКАХ С ПОРШНЕВЫМИ ДВС

В. К. НЕЧАЕВ

Надежная оценка степени опасности работы проектируемой моторной установки на тех или иных критических (или близких к ним) числах оборотов двигателя возможна только на основе подсчета возникающих при этом в валу дополнительных вибрационных (резонансных) напряжений. Но для вычисления последних необходимо знание характера и величины демпфирующих сил (сопротивлений) в валопроводе установки, ограничивающих амплитуды резонансных колебаний.

Как известно, есть основания считать, что важнейшими источниками демпфирования крутильных колебаний в моторной установке типа двигатель—маховик являются сопротивления, имеющие характер вязкого трения (в подшипниках коленчатого вала и т. д.) и внутреннее трение (гистерезис) в материале вала установки.

В этих условиях энергетический баланс для стационарных резонансных крутильных колебаний вала многоцилиндрового двигателя с маховиком может быть приближенно записан в виде:

$$A_{\text{возб}} = A_k + A_z, \quad (1)$$

где

$A_{\text{возб}}$ — работа, совершаемая возбуждающими (резонирующими) гармоническими составляющими крутящих моментов, создаваемых на валу каждым цилиндром двигателя, за один цикл резонансных крутильных колебаний вала,

A_k и A_z — работы, поглощаемые за цикл колебаний, соответственно, вязким трением в двигателе и внутренним трением (гистерезисом) в материале вала.

Эти работы определяются известными выражениями [1]¹⁾:

$$A_{\text{возб}} = \pi M_h \Phi_{1abc} \sum \varphi_i, \quad (2)$$

$$A_k = \pi F r^2 k \omega \Phi_{1abc} \sum \varphi_i^2, \quad (3)$$

$$A_z = \sum a \Phi_{1abc}^q \sum \left[\varphi_{i+1} - \varphi_i \right] \frac{c_{i,i+1}}{W_p} \Big]^q d^2 l. \quad (4)$$

¹⁾ Здесь, как и везде далее, предполагается, что все демпфирующие силы в двигателе (кроме гистерезисного демпфирования в коленчатом валу) подчиняются линейному закону, то есть пропорциональны скорости колебаний. Анализ степени справедливости этого положения не входит в задачи этой статьи.

Формула (4) приводится здесь для случая сплошного (не пустотелого) вала. В общем случае вал моторной установки состоит из нескольких участков, изготовленных из разных сталей с различными величинами a и q . Это учитывается первым знаком \sum в правой части формулы (4).

Здесь

M_h — амплитуда вызывающих рассматриваемые резонансные колебания вала гармоник крутящих моментов, создаваемых на валу каждым цилиндром двигателя,

Φ_{1abc} — абсолютная амплитуда (в радианах) резонансных колебаний первой массы рассматриваемой приведенной колебательной системы,

φ_i — относительная амплитуда свободных колебаний i -ой массы установки (при $\varphi_1 = 1$),

$\sum \vec{\varphi}_i$ — геометрическая сумма относительных амплитуд свободных колебаний приведенных масс цилиндров двигателя, определяемая с помощью фазовой диаграммы возбуждающих моментов,

$\sum \varphi_i^2$ — алгебраическая сумма квадратов относительных амплитуд приведенных масс цилиндров двигателя,

k — коэффициент вязкого (линейного) демпфирования в двигателе,

a — константа гистерезиса, зависящая от характеристик материала данного участка вала,

q — гистерезисный показатель (также зависящий от характеристик материала участка вала),

ω — угловая частота резонансных крутильных колебаний вала рассматриваемой моторной установки (равная частоте его свободных колебаний),

$c_{i,i+1}$ — жесткость вала на участке между двумя соседними (i -ой и $i+1$ -ой) массами установки,

W_p — полярный момент сопротивления поперечного сечения вала установки на данном участке,

d и l — соответственно, диаметр и длина каждого участка вала,

F и r — соответственно, площадь поршня и радиус кривошипа.

При составлении и применении выражений (2)–(4) обычно принимается, что кривая формы резонансных колебаний вала моторной установки подобна кривой формы свободных колебаний того же вала. Как известно, в системах с небольшим демпфированием такое допущение вполне уместно и не вносит сколько-нибудь заметных погрешностей в последующие расчеты. Это допущение принимается и нами в дальнейшем исследовании.

Запишем выражения (2) и (4) в более краткой форме

$$A_{возд} = \lambda M_h \Phi_{1abc}, \quad (5)$$

$$A_k = \mu k \omega \Phi_{1abc}^2, \quad (6)$$

где приняты обозначения

$$\lambda = \pi \sum \vec{\varphi}_i, \quad (7)$$

$$\mu = \pi F r^2 \sum \varphi_i^2. \quad (8)$$

Предположим, для упрощения дальнейших выкладок, что весь вал моторной установки выполнен из одного материала, с постоянными по всей длине вала коэффициентами a и q .

Тогда вместо (3) можно написать

$$A_z = \nu a \Phi_{1abc}^q, \quad (9)$$

где

$$\nu = \sum \left[(\varphi_{i+1} - \varphi_i) - \frac{c_{i,i+1}}{W_p} \right]^q d^2 l. \quad (10)$$

Согласно принятому выше допущению, величины λ , μ и ν зависят, прежде всего, от характера кривой формы свободных колебаний вала установки. Кроме того, коэффициент λ учитывает число работающих цилиндров двигателя, порядок h резонирующих гармонических моментов M_h , а для второстепенных порядков h и порядок чередования вспышек в цилиндрах двигателя. Коэффициент ν зависит от размеров (F и r) и числа цилиндров. Наконец, коэффициент ν зависит от конкретных размеров вала установки (d, l) и гистерезисного показателя q (то есть физических характеристик материала вала).

Теперь, на основании (5), (6), (9) запишем выражение (1) энергетического баланса при установившемся резонансе в следующем виде

$$\lambda M_h \Phi_{1abc} = \mu k \omega \Phi_{1abc}^2 + \nu a \Phi_{1abc}^q. \quad (11)$$

Мы получили уравнение, из которого можно было бы найти (например, графическим путем) резонансную амплитуду Φ_{1abc} первой массы, которая будет иметь место при работе двигателя на данном критическом числе оборотов. По этой величине Φ_{1abc} нетрудно известными способами вычислить и величины дополнительных вибрационных напряжений скручивания на каждом, интересующем нас, участке вала.

Но для конкретного решения этой задачи необходимо знание конкретных значений величин k, a и q для данной (например, проектируемой) моторной установки. Однако опытных данных по коэффициентам k, a и q имеется еще очень мало. Раздельное определение экспериментом характеристик различных видов демпфирующих сил, имеющих в моторных установках, представляет большие трудности. Теоретическая же сторона вопроса о демпфирующих силах в таких установках разработана еще очень слабо.

По этим причинам уравнение (11) еще почти не применяется для практических расчетов и заменяется одним из двух более простых¹⁾

$$\lambda M_h \Phi_{1abc} = \mu k_0 \omega \Phi_{1abc}^2, \quad (12)$$

$$\lambda M_h \Phi_{1abc} = \nu a_0 \Phi_{1abc}^q. \quad (13)$$

Правые части этих уравнений сходны, по своей структуре, с выражениями (6) и (9).

Уравнение (12) является основой известной линейной методики расчета резонансных крутильных колебаний, предложенной в свое время Видлером [3]. Здесь все имеющееся в моторной установке демпфирование (как линейное, вязкое—в механизме двигателя, так и нелинейное, гистерезисное—в материале вала) оценивается некоторым обобщенным коэффициентом линейного (вязкого) демпфирования k_0 .

¹⁾ Здесь и далее предполагается, что показатель степени q в правой части обобщенного выражения (13) точно равен действительному гистерезисному показателю q для материала вала рассматриваемой моторной установки, входящему в правую часть (9) и (10).

О последствиях выбора для q в (13) произвольного значения см. [6].

Численная величина этого коэффициента в какой-либо конкретной моторной установке может быть сравнительно просто найдена экспериментальным путем. Для этого следует воспользоваться вытекающим из (12) соотношением

$$k_0 = \frac{\lambda M_h}{\mu \omega \Phi_{1abc}}$$

и подставить в него величину Φ_{1abc} , определенную непосредственно торсиографированием вала этой установки во время работы ее на критическом числе оборотов¹⁾.

В уравнении (13) все имеющееся в моторной установке демпфирование (линейное в двигателе и нелинейное, гистерезисное в валу) учитывается (оценивается) некоторым обобщенным гистерезисным коэффициентом a_0 и показателем степени q .

В основе уравнения (13) лежит известное предложение Льюиса [4] — считать гистерезисные потери в материале вала главным источником демпфирования крутильных колебаний в валу моторной установки. Входящий в (13) показатель степени q при расчетах выбирается на основании опытных данных по исследованию гистерезисных потерь в цилиндрических стальных образцах (Роветт, Дори и др.) или иногда в соответствии с предложением Кер Вильсона [5], принимается равным трем.

По этим же опытным данным может быть выбран и коэффициент a . Но при таком выборе коэффициента a выражение (13), уже своей структурой не учитывающее иных, кроме гистерезисного, видов демпфирования в моторной установке, оказывается обычно очень неточным. Эта неточность будет тем большей, чем меньше удельный вес гистерезисного демпфирования в общей величине демпфирующих сопротивлений в данной установке. Поэтому будет несколько более правильным подставлять в (13) опытное значение этого коэффициента a_0 , найденное обработкой результатов торсиографирования моторной установки, подобной рассчитываемой. Такую обработку можно провести на основе выражения

$$a_0 = \frac{\lambda M_h}{\nu \Phi_{1abc}^{q-1}}$$

вытекающего из (13). Естественно, что эти опытные значения коэффициента a_0 оказываются иными, чем значения коэффициента a , полученные в лабораторных опытах над стальными образцами. Так, например, Портер [1] получил

$$a_0 = 2,84 a.$$

Некоторые опытные данные по обобщенным коэффициентам k_0 и a_0 можно найти в литературе по крутильным колебаниям. Однако эти данные малочисленны и, как показывает их сопоставление и анализ, крайне противоречивы. Попытки применения их в подсчетах резонансных вибраций в новых проектируемых установках часто оказываются неудачными: результаты расчета резонансных амплитуд сильно расходятся с результатами последующего торсиографирования готовой установки. Более того, некоторые эксперименты указывают на непостоянство этих коэффициентов даже в одной и той же моторной установке.

Все это лишает конструктора возможности сделать выбор ожидаемых значений обобщенных коэффициентов k_0 или a_0 для проектируемой уста-

¹⁾ Входящая в это выражение для k_0 величина M_h находится гармоническим анализом кривой крутящего момента, создаваемого на валу одним цилиндром двигателя; собственная частота ω определяется расчетом и проверяется торсиографированием; коэффициенты λ и μ могут быть вычислены по указанным выше формулам (7) и (8).

новки достаточно обоснованным и надежным. Конечно, положение конструктора будет несколько улучшаться по мере дальнейшего накопления опытных данных по коэффициентам k_0 и a_0 . Однако даже наличие большого опытного материала по этим коэффициентам еще не может существенно повысить надежность их выбора при расчетах в конструкторском отделе.

Ниже показано, что обобщенные коэффициенты a_0 и k_0 вообще нельзя считать сколько-нибудь удовлетворительными характеристиками демпфирования в моторной установке. Эти коэффициенты могут сильно меняться уже при изменении режима работы двигателя и, тем более, при изменении конструктивных характеристик моторной установки ¹⁾.

Рассмотрим вопрос об обобщенных коэффициентах k_0 и a_0 применительно к установкам, в которых весь вал изготовлен из одной марки стали.

Введем отношение

$$\alpha = \frac{A_z}{A_k}. \quad (14)$$

Теперь вместо (1) можно написать

$$A_{\text{возд}} = A_k(1 + \alpha)$$

или

$$A_{\text{возд}} = A_z \left(1 + \frac{1}{\alpha} \right)$$

и вместо (11):

$$\lambda \Phi_{1abc} M_h = \mu k \omega \Phi_{1abc}^2 (1 + \alpha) \quad (15)$$

или

$$\lambda \Phi_{1abc} M_h = \gamma a \Phi_{1abc}^q \left(1 + \frac{1}{\alpha} \right). \quad (16)$$

Сравнение (15) и (16) соответственно с (12) и (13) дает

$$k_0 = k(1 + \alpha), \quad (17)$$

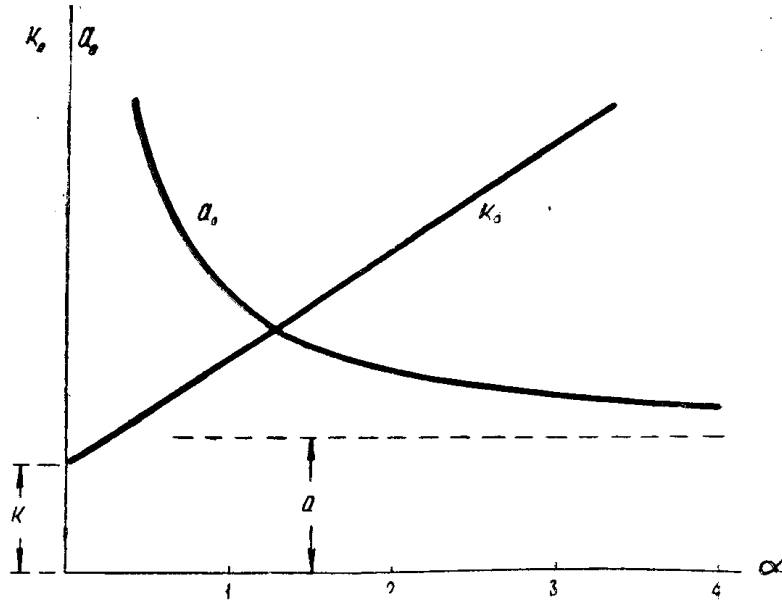
$$a_0 = a \left(1 + \frac{1}{\alpha} \right). \quad (18)$$

Здесь, как и ранее, коэффициенты k и a отдельно характеризуют действительное демпфирование (соответственно, вязкое—в двигателе и гистерезисное—в валу), а коэффициенты k_0 и a_0 представляют собой обобщенные характеристики всего демпфирования в моторной установке.

Из (17) и (18) следует, что величины обобщенных коэффициентов k_0 и a_0 при каких-либо постоянных значениях коэффициентов k и a (определенных конструкцией и состоянием двигателя, а также материалом вала установки) сильно зависят от отношения α (фиг. 1).

Будем предполагать здесь и везде далее, что закономерности вязкого (линейного) демпфирования в механизме двигателя и гистерезисного (нелинейного) демпфирования в валу моторной установки, а также и их числовые характеристики k , a и q не меняются при изменении нагрузочного или скоростного режимов двигателя.

¹⁾ Подобные же выводы справедливы и в отношении коэффициентов, учитывающих демпфирование в методике расчета резонансных колебаний, предложенной К. Вильсоном.



Фиг. 1

Тогда закономерности изменения обобщенных коэффициентов k_0 и a_0 будут зависеть только от закономерностей, которым подчиняется коэффициент α . Но, согласно (6), (7) и (14)

$$\alpha = \frac{\nu a}{\mu k \omega} \Phi_{1abc}^{q-2} \quad (19)$$

или

$$\alpha = b_1 \Phi_{1abc}^{q-2}, \quad (20)$$

где обозначено

$$b_1 = \frac{\nu a}{\mu k \omega}. \quad (21)$$

Теперь вместо (17) и (18) можно написать

$$k_0 = k(1 + b_1 \Phi_{1abc}^{q-2}), \quad (22)$$

$$a_0 = a \left(1 + \frac{1}{\Phi_{1abc}^{q-2}} \right). \quad (23)$$

Эти зависимости k_0 и a_0 при $b_1 = \text{const}$ и различных значениях q показаны на фиг. 2

Для дальнейшего исследования целесообразно связать входящую в (22), (23) амплитуду Φ_{1abc} резонансных колебаний вала с амплитудой M_h , вызывающих эти колебания возбуждающих гармонических моментов. Из (12)

$$\Phi_{1abc} = \frac{\lambda M_h}{\mu k_0 \omega}$$

или с учетом зависимости (17)

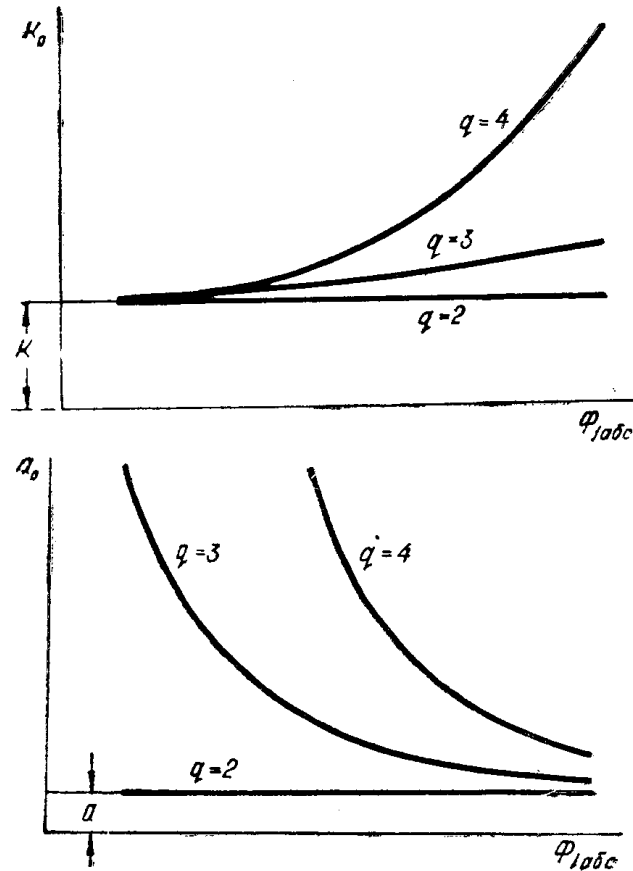
$$\Phi_{1abc} = \frac{\lambda M_h}{\mu k(1 + \alpha) \omega}.$$

Подставляя это выражение для Φ_{1abc} в (19), получим

$$\alpha(1+\alpha)^{q-2} = \frac{\nu a \lambda^{q-2}}{(\mu k \omega)^{q-1}} M_h^{q-2}. \quad (24)$$

Решить это уравнение относительно α в общем виде (при произвольном q) не представляется возможным. Задача упрощается только в частном случае, при

$$q = 3$$



Фиг. 2

(что совпадает, например, с предложением К. Вильсона). Здесь вместо (24) имеем

$$\alpha = \frac{b_2}{1+\alpha} M_h,$$

где принято обозначение

$$b_2 = \frac{\lambda \nu a}{\mu^2 k^2 \omega^2}. \quad (25)$$

Отсюда

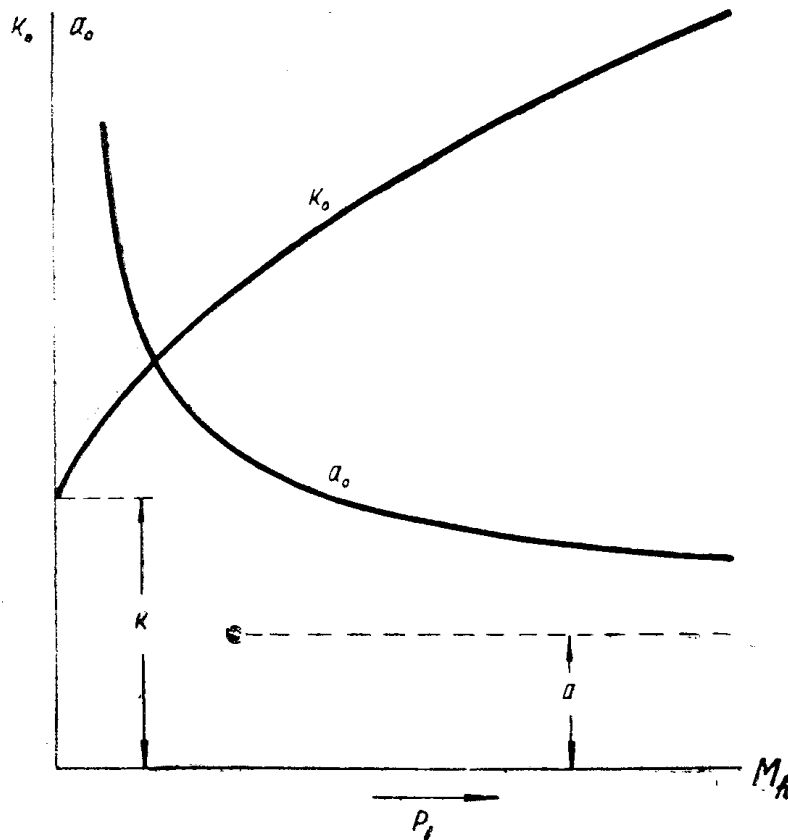
$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{4} + b_2 M_h} - \frac{1}{2}$$

и

$$k_0 = k \left(\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + b_2 M_h} \right), \quad (26)$$

$$a_0 = a \left(1 + \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{4} + b_2 M_h - \frac{1}{2}}} \right). \quad (27)$$

Мы получили аналитические зависимости обобщенных коэффициентов k_0 и a_0 от величины амплитуды M_h резонирующих гармонических моментов (при $q=3$), которые при $b_2 = \text{const}$ имеют характер, показанный на фиг. 3.



Фиг. 3

Используем полученные выше выражения (17)–(27) и графики (фиг. 1–3) прежде всего для выяснения влияния нагрузочного и скоростного режимов двигателя на величины обобщенных коэффициентов k_0 и a_0 (при постоянных k и a). При этом ограничимся только анализом резонансных колебаний вала, то есть исследованием случаев работы двигателя на критических числах оборотов.

Влияние нагрузки двигателя

Положим, что двигатель работает на различных нагрузках (в пределах от холостого хода до максимальной), но при постоянном числе оборотов n , равном одному из критических чисел оборотов вала моторной установки

$$n = n_{kp} = \frac{N}{h},$$

где h — порядок этого критического числа оборотов, а

$$N = \frac{30}{\pi} \omega.$$

Легко видеть, что при этом условии ($n = n_{kp} = \text{const}$) коэффициенты λ , μ и ν , входящие в выражения для α , b_1 и b_2 остаются неизменными при любой нагрузке двигателя. Поэтому, при независимых от нагрузки двигателя величинах коэффициентов k , a и q (что было обусловлено нами выше), остаются неизменными и коэффициенты b_1 и b_2 .

Теперь из выражений (17), (18) и (24) следует, что обобщенные коэффициенты демпфирования k_0 и a_0 неизбежно меняются при изменении амплитуды возбуждающих моментов M_h . Конкретный характер этих изменений можно установить, подставляя в (17) и (18) значения коэффициента α , вычисленные по (24) для ряда выбранных значений амплитуды момента M_h . В частном, но достаточно характерном случае, при $q = 3$ зависимость обобщенных коэффициентов k_0 и a_0 от M_h представляется приведенными выше графиками на фиг. 3.

Но амплитуды возбуждающих моментов M_h каждого порядка h , как правило, возрастают с увеличением среднего индикаторного давления p_i в цилиндре, то есть с увеличением нагрузки двигателя.

Приближенно можно считать, что амплитуда M_h (при $h = \text{const}$) прямо пропорциональна p_i [2].

Следовательно, при изменении нагрузки двигателя (во время работы его на каком-либо определенном критическом числе оборотов) обобщенные коэффициенты демпфирования k_0 и a_0 не остаются постоянными: коэффициент k_0 возрастает, а коэффициент a_0 убывает с увеличением p_i (фиг. 3).

Это влияние p_i на коэффициент k_0 будет тем более сильным, а на коэффициент a_0 тем более слабым, чем больше, например, коэффициент b_2 , определяемый формулой (25), то есть чем ниже частота свободных колебаний вала установки ω , тем больше a , q и отношение λ/μ^2 . Но легко видеть, что это последнее отношение обычно имеет максимальную величину для главных порядков h , когда геометрическая сумма относительных амплитуд φ_i в выражении (7) превращается в сумму алгебраическую (или арифметическую, если узел колебаний находится вне двигателя).

Таким образом, влияние изменения нагрузки двигателя на обобщенный коэффициент k_0 будет наиболее сильным, (а на коэффициент a_0 наиболее слабым) в установках с многоцилиндровыми двигателями с большими массами и длинным валом, во время работы их на главных критических числах оборотов.

Отсюда уже следует, в частности, что указанная поправка Портера совершенно случайна по своей абсолютной величине и не имеет и не может иметь сколько-нибудь универсального значения.

Влияние скоростного режима двигателя и порядка h критических чисел оборотов

При изменении скоростного режима двигателя последний (в соответствии с нашим условием на стр. 10) как бы сразу переходит с одного критического числа оборотов n_{kp} на другое n'_{kp} и затем достаточно длительное время работает на этом новом критическом числе оборотов. При этом переходе изменится порядок резонирующих гармонических моментов от

$$h = \frac{N}{n_{kp}}$$

до

$$h' = \frac{N}{n'_{kp}}.$$

Различным порядкам h и h' соответствуют, естественно, и различные величины амплитуд M_h и $M_{h'}$ резонирующих моментов. Следовательно, переход двигателя с одного критического числа оборотов n_{kp} на другое n'_{kp} в известной степени аналогичен рассмотренным выше случаям изменения нагрузки двигателя. Согласно (17) и (18) различие величин M_h и $M_{h'}$ приводит к появлению различия величин коэффициентов демпфирования k_0 (или a_0) на этих двух скоростных режимах.

Но при переходе на другое n_{kp} могут измениться и коэффициенты b_1 и b_2 . При работе двигателя на разных критических скоростях, соответствующих одной, например, одноузловой форме колебаний вала, коэффициенты μ и ν , определяемые формулами (8) и (10) и входящие в (21) и (25), не зависят от h .

Однако коэффициент λ тесно связан с h . При заданной неизменной кривой формы свободных колебаний вала установки его величина зависит от формы фазовой диаграммы возбуждающих моментов, построенной для данного h . Для всех главных критических чисел оборотов данной установки (при одной, например, одноузловой форме колебаний вала) фазовые диаграммы одинаковы, то есть $\lambda = \text{const}$. Поэтому здесь

$$b_1 = \text{const}; b_2 = \text{const}.$$

Таким образом, при главных порядках h влияние номера h этих порядков на обобщенные коэффициенты k_0 и a_0 сказывается только через эффект изменения амплитуды M_h , уже рассмотренный выше. Здесь остаются справедливыми графики на фиг. 2, а при $q = 3$ и графики на фиг. 3; они сохраняют свою силу для всего дискретного ряда значений h , являющихся главными порядками для рассматриваемой моторной установки.

Аналогичные графики можно построить и для рядов последовательных второстепенных порядков h . Но, конечно, в каждый из таких рядов следует включать только те порядки h , которым отвечает одна и та же величина λ , то есть одинаковая форма (схема) фазовой диаграммы возбуждающих моментов.

Коэффициент λ для второстепенных порядков h имеет обычно ¹⁾ меньшую величину, чем для главных порядков. Соответственно меньшую величину при второстепенных порядках имеют и коэффициенты b_1 и b_2 . Поэтому зависимость обобщенного коэффициента k_0 от h оказывается на второстепенных критических скоростях более слабой, (а коэффициента a_0 более сильной), чем это имеет место на главных критических скоростях.

На фиг. 4 и 5 приведены в качестве примера графики зависимостей обобщенных коэффициентов k_0 и a_0 от амплитуды возбуждающих моментов M_h для различных h применительно к одному четырехцилиндровому четырехтактному рядному двигателю.

Для этого же двигателя приведен график на фиг. 6 ²⁾ Здесь, в квадранте I повторена зависимость по фиг. 4; в квадранте IV горизонталь-

¹⁾ Кроме случаев, когда узел колебаний находится вблизи середины двигателя.

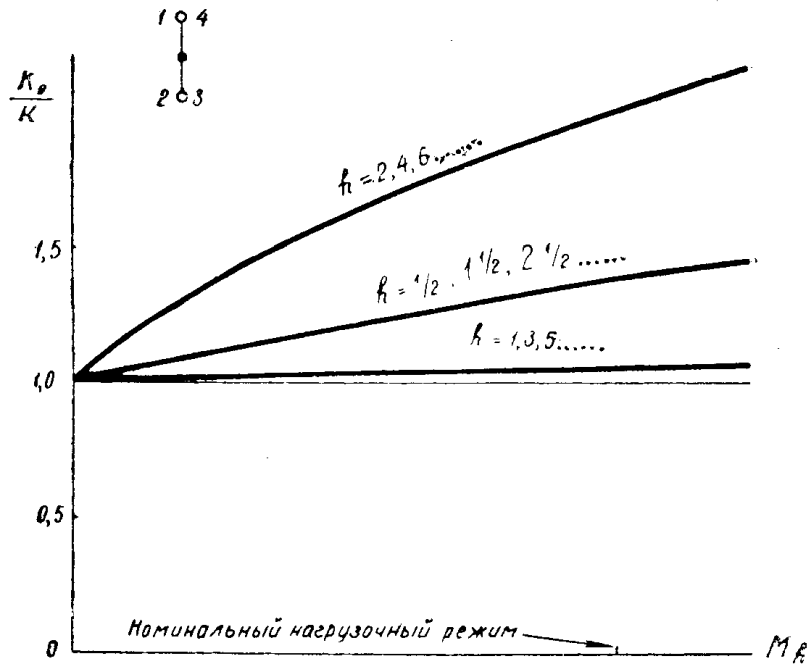
²⁾ Этот график вычислен и построен в предположении, что соотношение линейных и гистерезисных сопротивлений в рассматриваемой примерной моторной установке таково, что при работе двигателя с номинальной нагрузкой на одном из главных критических чисел оборотов $\alpha = 0,5$, то есть

$$A_k = A_z = 0,5 A_{возб}.$$

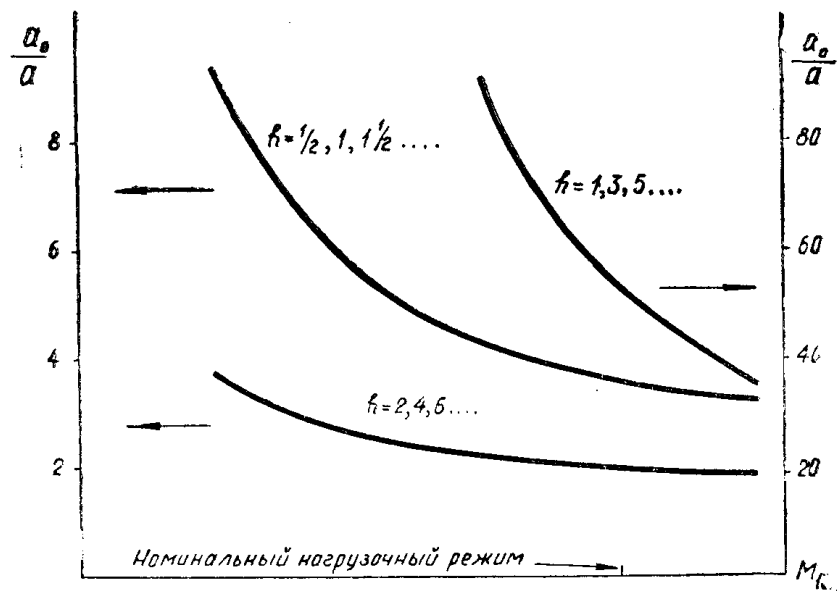
Для удобства записей на графике принято $k = 1$.

4-х цилиндровый 4-х тактный двигатель.

Порядок вспышек 1-2-4-3

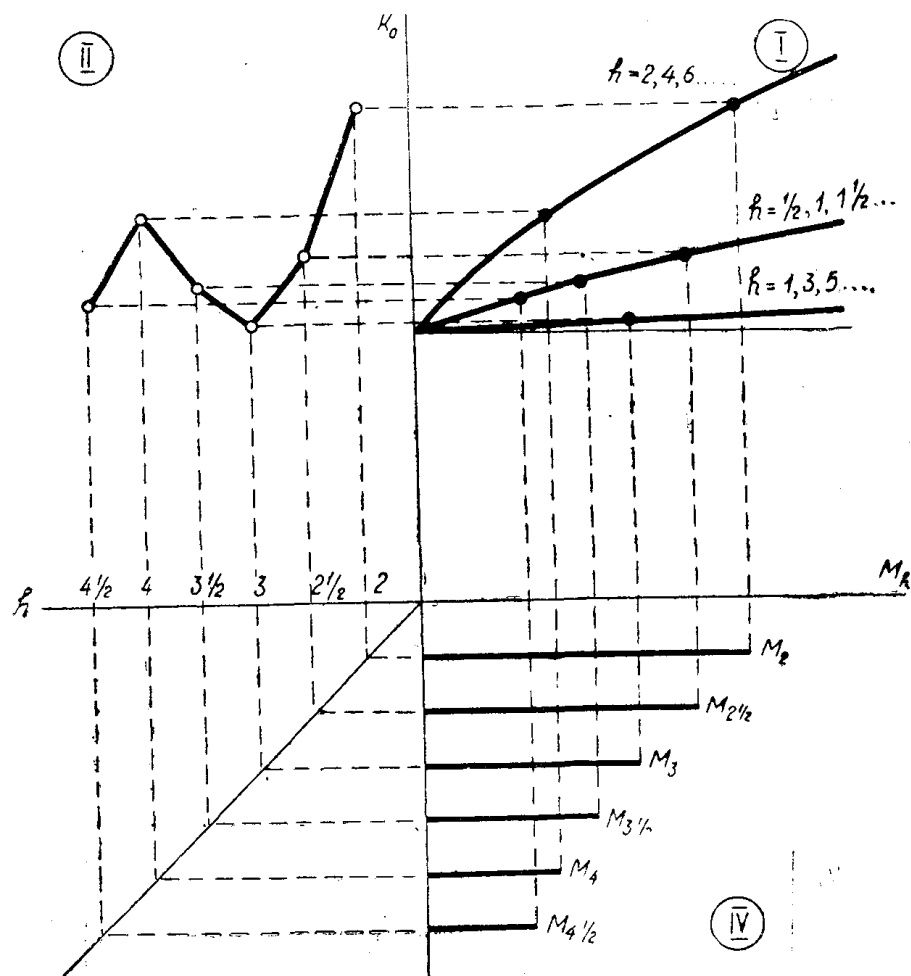


Фиг. 4



Фиг. 5

ными отрезками показаны амплитуды возбуждающих моментов M_h для различных порядков $\left(h=2, 2\frac{1}{2}, 3, \dots\right)$. По этим данным, способом, ясным из чертежа, в квадранте II получена зависимость обобщенного коэф-



Фиг. 6

фициента k_0 от порядка h критических чисел оборотов (для одноузловых колебаний). Аналогичный график можно было бы построить для обобщенного коэффициента a_0 , используя для этого в качестве основы фиг. 5.

Легко видеть, что имеющийся здесь сильный „разброс“ точек вытекает из существа рассматриваемых явлений. Он объясняется различным удельным весом слагаемых в правой части выражения (11) при различных h , вследствие нелинейного характера демпфирования в моторной установке.

Очевидно, что экспериментальное определение обобщенных коэффициентов демпфирования k_0 и a_0 по результатам торсиографирования одного и того же двигателя на разных критических числах оборотов, неизбежно должно привести к значительному „разбросу“ опытных точек. Этот разброс нельзя сгладить или усреднить (как это часто делается) на основании обычных ссылок на неизбежные погрешности экспериментов, неточ-

ности замеров и т. п. (хотя такие погрешности всегда имеются и должны быть учтены).

В одной и той же моторной установке обобщенный коэффициент k_0 (или a_0) обязательно имеет различную величину на различных критических скоростях двигателя. Колебания (разброс) этих значений коэффициента k_0 в зависимости от n будут наиболее сильными, (а коэффициента a_0 — наиболее слабыми) при больших нагрузках двигателя, в установках с низкой частотой ω и с валом, изготовленным из материала с большим гистерезисом (то есть с большими a и q).

Влияние числа узлов колебаний вала

Здесь необходимо иметь в виду, что при переходе, например, от одноузловых к двухузловым колебаниям в приведенных выше выражениях для коэффициентов α , b_1 и b_2 в какой-либо конкретной моторной установке изменятся не только частота ω и коэффициенты λ и μ , но и коэффициент ν , непосредственно зависящий от относительных углов закручивания всех участков вала установки.

Детальное сравнение величин k_0 или a_0 при одноузловых и двухузловых колебаниях можно провести только на основании конкретных числовых расчетов для конкретной моторной установки. Поэтому ограничимся здесь только следующими замечаниями.

Сопоставим два случая резонансных колебаний вала какой-либо моторной установки: 1) по одноузловой форме, с некоторой амплитудой Φ_{1abc} и 2) по двухузловой форме, с той же амплитудой Φ_{1abc} . Согласно (19) этим двум случаям будут отвечать различные значения коэффициентов α :

$$\alpha_1 = \frac{\nu_1 a \Phi_{1abc}^2}{\mu_1 k \omega_1}; \quad \alpha_2 = \frac{\nu_2 a \Phi_{1abc}^2}{\mu_2 k \omega_2}.$$

Здесь индексы 1 и 2 при μ , ν и ω указывают число узлов соответствующей формы колебаний. Отсюда

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{\frac{\nu_2}{\mu_2} \omega_1}{\frac{\nu_1}{\mu_1} \omega_2}.$$

Если приближенно принять

$$\frac{\nu_2}{\mu_2} = \frac{\nu_1}{\mu_1}, \quad (28)$$

то

$$\alpha_2 = \alpha_1 \frac{\omega_1}{\omega_2}, \quad (29)$$

то есть при двухузловых колебаниях (с частотой ω_2) коэффициент α будет иметь меньшее значение, чем при одноузловых колебаниях (с частотой ω_1). Соответственно различными будут, согласно (17) и (18), обобщенные коэффициенты демпфирования k_0 и a_0 .

Если достаточно справедливо условие (28), то при двухузловых колебаниях вала какой-либо установки с некоторой амплитудой Φ_{1abc} коэффициент k_0 будет меньше, а коэффициент a_0 больше, чем значения этих

коэффициентов при одноузловых колебаниях той же установки, с той же амплитудой Φ_{1abc} .

Но обычно

$$\frac{\nu_2}{\mu_2} > \frac{\nu_1}{\mu_1}$$

поэтому только что отмеченная зависимость коэффициентов k_0 и a_0 от числа узлов колебаний фактически может оказаться менее сильной, чем это вытекает из (29). Здесь необходимо конкретное исследование изменения направления изменения отношения

$$\frac{\nu}{\mu\omega} \Phi_{1abc}^{q-2}$$

при переходе, например, от одноузловых к двухузловым колебаниям вала рассматриваемой моторной установки.

Выше была показана существенная зависимость обобщенных коэффициентов демпфирования k_0 и a_0 от режима работы двигателя. Были получены некоторые конкретные выводы о направлениях их изменения при изменении нагрузки и скорости двигателя.

Можно заметить, что во всех этих выводах направления изменения коэффициентов k_0 и a_0 оказывались, как правило, противоположными. Это являлось следствием связей коэффициентов k_0 и a_0 с коэффициентом α , представленных выражениями (17) и (18).

Но эти выражения нельзя считать универсальными. Они были получены из сравнения общего уравнения (11) энергетического баланса колебаний в моторной установке с „обобщенными“ уравнениями (12) и (13).

Однако уравнение (11) является только приближенным, упрощенным, учитывающим только две, обычно важнейшие, статьи баланса потерь энергии при резонансных крутильных колебаниях (линейное демпфирование и гистерезис). При иной структуре правой части уравнения (11) могут, конечно, получиться и несколько иные зависимости между обобщенными и действительными коэффициентами, чем это представлено формулами (17) и (18).

Выше, в качестве одного из существенных допущений, было принято, что весь вал моторной установки изготовлен из одного и того же материала с одинаковыми для всех участков вала константой гистерезиса α и гистерезисным показателем q . Только при этом условии справедлива формула (9) для работы A_z .

Но в большинстве случаев практики различные участки вала установки изготавливаются из различных сталей, с различными α и q .

Рассмотрим случай, когда коленчатый вал и вал вне двигателя изготовлены из двух различных сталей с, соответственно, характеристиками гистерезиса α_1 , q_1 и α_2 , q_2 .

Теперь вместо (9) следует записать

$$A_z = \nu_1 \alpha_1 \Phi_{1abc}^{q_1} + \nu_2 \alpha_2 \Phi_{1abc}^{q_2} \quad (30)$$

и вместо (11)

$$\lambda M_h \Phi_{1abc} = \mu k \omega \Phi_{1abc}^2 + \nu_1 \alpha_1 \Phi_{1abc}^{q_1} + \nu_2 \alpha_2 \Phi_{1abc}^{q_2}, \quad (31)$$

причем очевидно

$$\nu_1 + \nu_2 = \nu,$$

где ν_1 определяется формулой, подобной (10).

Сравнение выражения (31) с обобщенными уравнениями энергетического баланса

$$\lambda M_h \Phi_{1abc} = \mu k_0 \omega \Phi_{1abc}^2$$

и

$$\lambda M_h \Phi_{1abc} = \nu a_0 \Phi_{1abc}^{q_1}$$

приводит к новым зависимостям для обобщенных коэффициентов демпфирования k_0 и a_0 :

$$\left. \begin{aligned} k_0 &= k \left[1 + \frac{\nu_1 a_1}{\mu k \omega} \Phi_{1abc}^{q_1-2} + \frac{\nu_2 a_2}{\mu k \omega} \Phi_{1abc}^{q_2-2} \right] \\ a_0 &= a \left[\frac{\nu_1}{\nu} + \frac{\mu k \omega}{\nu a_1 \Phi_{1abc}^{q_1-2}} + \frac{\nu_2 a_2}{\nu a_1} \cdot \frac{1}{\Phi_{1abc}^{q_1-q_2}} \right] \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

Обозначим, аналогично (19)

$$\alpha_1 = \frac{\nu_1 a_1}{\mu k \omega} \Phi_{1abc}^{q_1-2}. \quad (33)$$

Тогда вместо (32) можно написать

$$\begin{aligned} k_0 &= k \left[1 + \alpha_1 + \frac{\nu_2 a_2}{\mu k \omega} \Phi_{1abc}^{q_2-2} \right], \\ a_0 &= a \left[\frac{\nu_1}{\nu} + \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\nu_2 a_2}{\nu_1 a_1} \Phi_{1abc}^{q_2-q_1} \right]. \end{aligned}$$

Но

$$\frac{\nu_2 a_2}{\mu k \omega} \Phi_{1abc}^{q_2-2} = \alpha_1 \frac{\nu_2 a_2}{\nu_1 a_1} \Phi_{1abc}^{q_2-q_1}.$$

Поэтому окончательно

$$k_0 = k \left[1 + \alpha_1 + \alpha_1 \frac{\nu_2 a_2}{\nu_1 a_1} \Phi_{1abc}^{q_2-q_1} \right], \quad (34)$$

$$a_0 = a \left[\frac{\nu_1}{\nu} + \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\nu_2 a_2}{\nu_1 a_1} \Phi_{1abc}^{q_2-q_1} \right]. \quad (35)$$

Отметим, что первые два слагаемые в этих выражениях для k_0 и a_0 почти совпадают с слагаемыми в скобках в правых частях рассмотренных ранее выражений (17) и (18), полученных для случая, когда весь вал установки был изготовлен из одного материала.

Из (33) можно видеть, что закономерности изменения входящего в (34) и (35) коэффициента α_1 при изменении, например, нагрузочного режима двигателя, имеют тот же характер, что и рассмотренные ранее закономерности изменения входящего в (17) и (18) коэффициента α .

Но наличие в скобках в правых частях выражений (34) и (35) третьих слагаемых, содержащих Φ_{1abc} приводит к некоторому изменению закономерностей, которые были получены выше на основе анализа выражений (17) и (18).

При $q_1 = q_2 = q$ выражения (34) и (35) переходят полностью в (17) и (18), так как здесь

$$\alpha_1 = \alpha; \quad \nu_1 = \nu.$$

При $q_2 > q_1$ зависимость обобщенного коэффициента k_0 , например от Φ_{1abc} , оказывается более сильной, а зависимость коэффициента a_0 — более слабой, чем было установлено нами ранее. При достаточно большой разности $q_2 - q_1 > 0$ коэффициент a_0 , в отличие от ранее сделанных выводов, будет также возрастать с увеличением Φ_{1abc} . Очевидно, что теперь при увеличении амплитуды возбуждающих моментов M_h (или p_i) оба обобщенных коэффициента k_0 и a_0 будут увеличиваться.

Таким образом в моторных установках возможны случаи как противоположного, так и одинакового направления изменения обобщенных коэффициентов демпфирования k_0 и a_0 при изменении нагрузочного или скоростного режимов двигателя.

В настоящей статье мы не ставили целью детальное исследование вопроса об обобщенных характеристиках демпфирования крутильных колебаний в моторных установках с поршневыми двигателями. Такое исследование едва ли можно успешно провести в общем виде, без привлечения большого экспериментального материала и без громоздкого численного анализа ряда типичных конкретных случаев.

Цель статьи показать, что обобщенные коэффициенты демпфирования k_0 и a_0 , используемые в расчетах по методикам Видлера и Льюиса (а так же и К. Вильсона) не являются константами даже для одной и той же установки. Они меняются уже при изменении скоростного или нагрузочного режимов двигателя, при переходе двигателя с одноузловых колебаний на двухузловые или с главных критических скоростей на второстепенные ¹⁾

Эти коэффициенты слишком непостоянны, чтобы иметь универсальное значение и сколько-нибудь надежно характеризовать демпфирование в моторных установках. Именно поэтому расчеты резонансных крутильных колебаний по методам Видлера, Льюиса, К. Вильсона, основанные на использовании „опытных“ значений обобщенных коэффициентов k_0 и a_0 , полученных торсиографированием установок „аналогичных“ или „подобных“ рассчитываемой, лишь в редких случаях дают удовлетворительные результаты.

Накопление большого числа опытных данных путем торсиографирования даже большого числа разнообразных моторных установок не обеспечит повышения точности наших расчетов из-за неизбежного (и обязательного) большого „разброса“ этих данных.

Будет значительно более полезным проведение экспериментальных и теоретических исследований линейного демпфирования в моторных установках и накопление опытных данных отдельно по действительным коэффициентам вязкого (линейного) и гистерезисного демпфирования k , a и q . Только этот путь может привести к заметному повышению точности расчета резонансных крутильных колебаний по сравнению с точностью, достижимой в настоящее время.

¹⁾ В двух следующих, публикуемых в данном сборнике, статьях показана так же сильная зависимость этих обобщенных коэффициентов от конструктивных параметров моторной установки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Нечаев В. К. Теоретические торсиограммы для вала двигателя внутреннего сгорания, Известия Томского индустриального института, т. 58, вып. 2, 1937.
 2. Мелькумов Т. М. и Нейман И. Ш. (ред). Авиационные поршневые двигатели, Оборонгиз, 1950.
 3. Wydler H. Drehschwingungen in Kolbenmaschinenanlagen, Berlin, 1922.
 4. Lewis, F. Trans. Soc. Nav. Arch. and Mar. Eng, 1925.
 5. W. Ker Wilson, Practical Solution of Torsional Vibration Problems, London, 1935.
 6. Нечаев В. К. О связях характеристик затухания крутильных колебаний с некоторыми параметрами моторной установки, Известия Томского политехнического института, т. 85, 1957.
-